融合への一つの試みとして・・・
ファジィシステム

- ファジィネス
- ファジィ推論

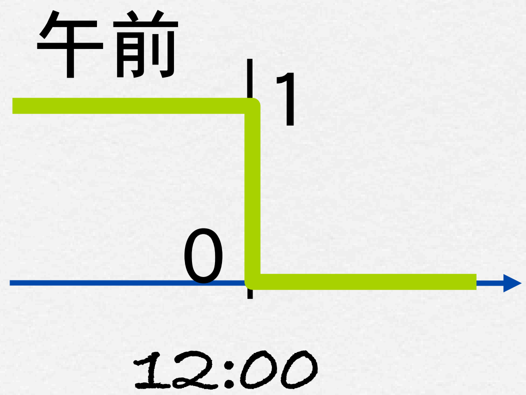
2値論理

午前中は機嫌が悪い　　機嫌が良いか悪いか：1／0

午前　　　　　　　　　午前か午後か：1／0

機嫌が悪い

命題P	命題Q	P→Q
真(1)	真(1)	真(1)
真(1)	偽(0)	偽(0)
偽(0)	真(1)	真(1)
偽(0)	偽(0)	真(1)



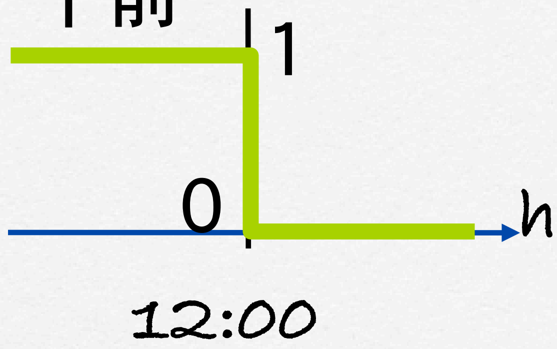
クリスプ集合

ファジィ理論基礎

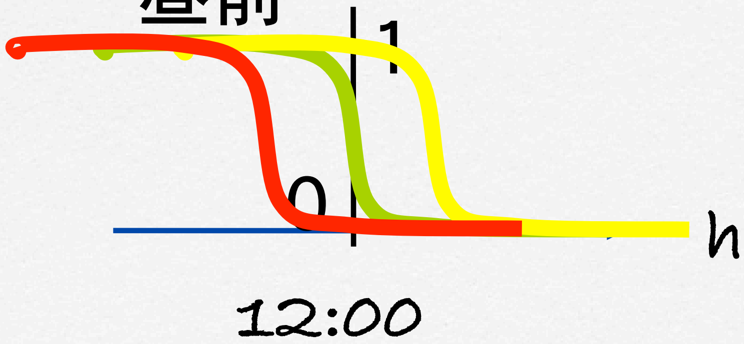
1. ファジィ集合とファジィ関係
2. ファジィ推論
3. ファジィ制御

ファジィ集合

午前



昼前



特性関数χ

$$\chi(h) = \begin{cases} 1 : if\ , h < 12:00 \\ 0 : else \end{cases}$$

メンバーシップ関数

$$\mu(h) = f(h)$$

例えば

$$f(h) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-a(h-b)}}$$

$$atan(h)...$$

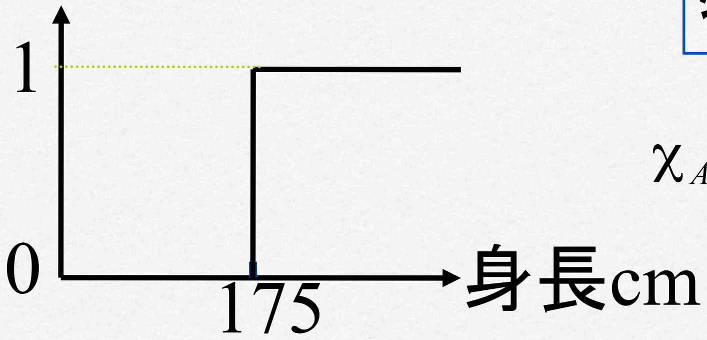
「クリスプ集合」と「ファジィ集合」

・年齢満20歳以上の人の集まり
・身長175cm以上の人の集まり

・おとなの集まり
・背の高い人の集まり

・身長175cm以上の人の集まり

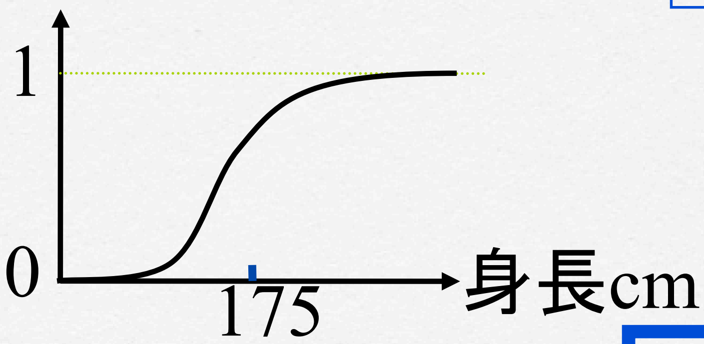
特性関数



$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 175) \\ 0 & (x < 175) \end{cases}$$

・背の高い人の集まり

メンバーシップ関数



$$\mu_A(x) = f(x)$$

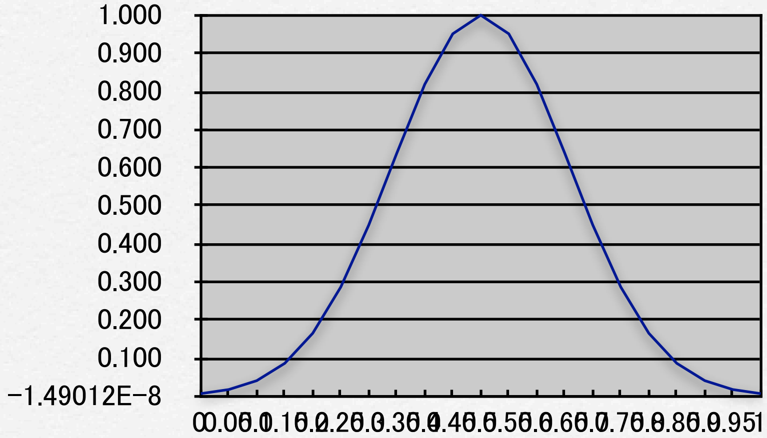
$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1$$

ファジィ集合はメンバーシップ関数によって特徴付けられる

ファジィ集合
＝メンバーシップ関数

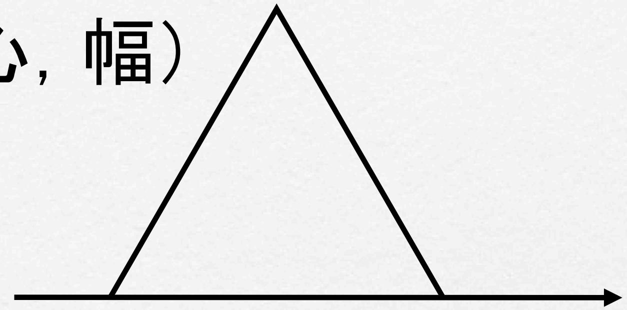
メンバーシップ関数

- 主観的に決める
- ファジィ集合に対して、メンバーシップ関数を決める一般的方法はない

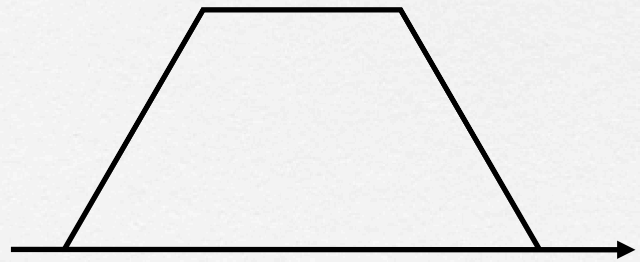


釣鐘型メンバーシップ関数

（中心，幅）

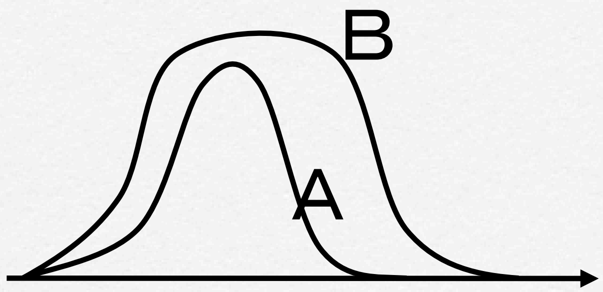


三角型メンバーシップ関数

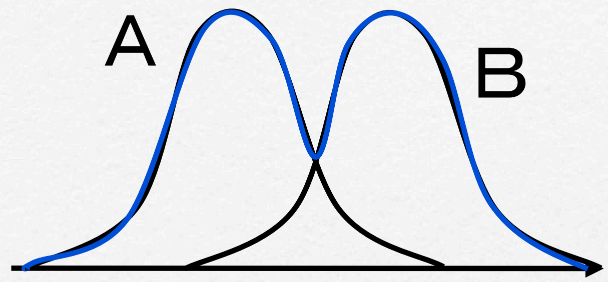


台形型メンバーシップ関数

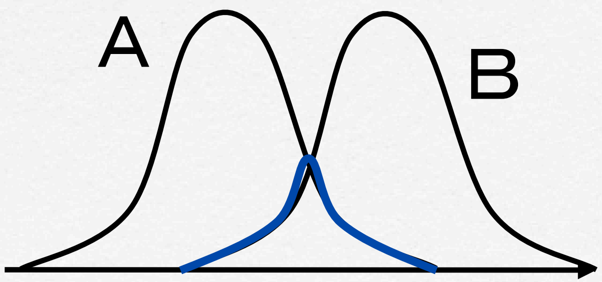
ファジィ集合演算の例



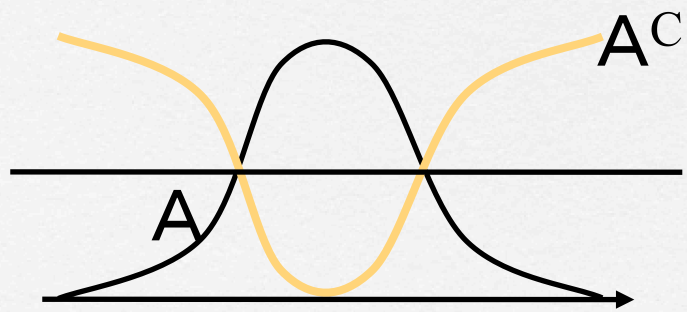
B⊃A



A∪B(和集合)



A∩B(積集合)



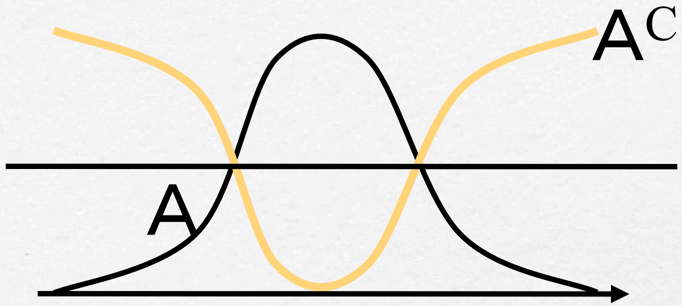
A^C(補集合1−μ)

ファジィ集合演算など2

- 通常の集合演算と同様の法則が成り立つもの
  - 交換法則: $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
  - 結合法則:
    $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
    $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
  - 分配法則:
    $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
    $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
  - ド・モルガンの法則
    $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
    $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

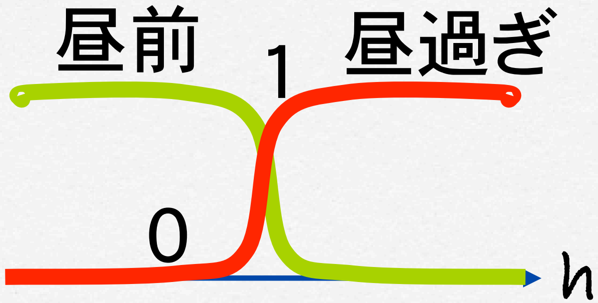
ファジィ集合演算など3

- 通常の集合演算と同様の法則が成り立たないもの
  - 相補律
    A∪A^{C}＝X
    A∩A^{C}＝φ
    は満たさない



A^{C}(補集合1－μ)

Ex.



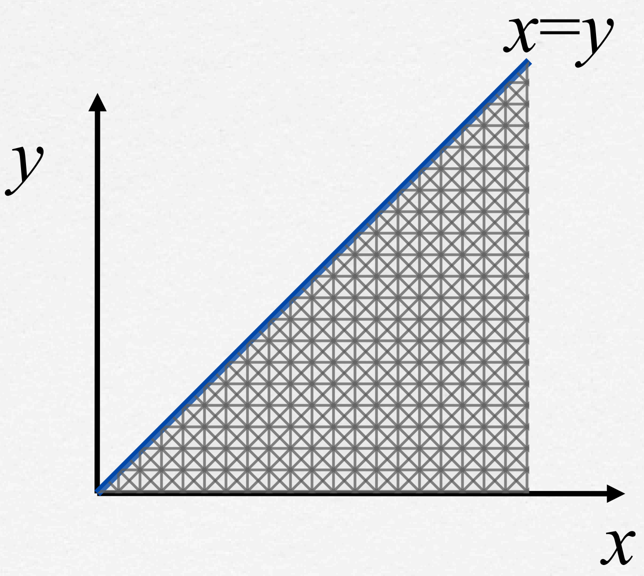
関係

2つの集合X={x}, Y={y}の任意の要素xとyがρという関係にあることを、

$$x \rho y$$

と表す。

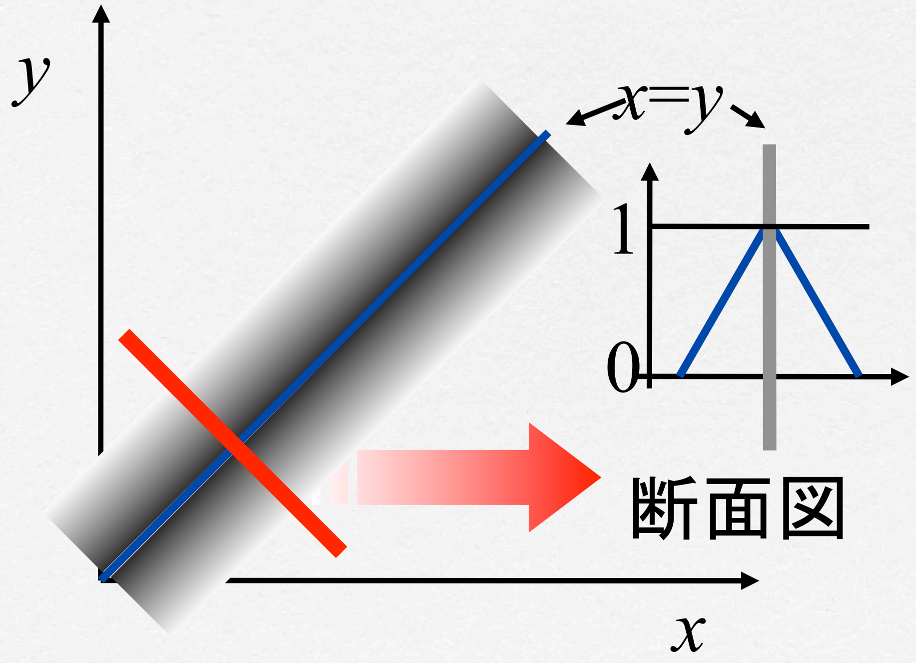
Ex. $y < x$



ファジィ関係

2つの集合X={x}, Y={y}の間のファジィ関係$\boldsymbol{R}$は、X×Y上の<u>ファジィ集合によって定められる</u>。

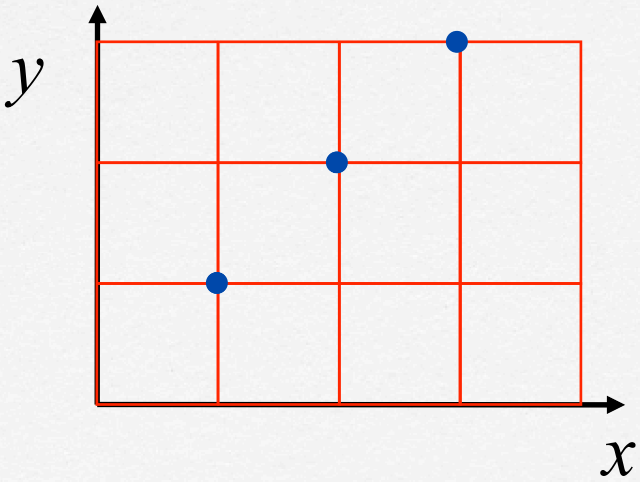
Ex. $\boldsymbol{R}$: xとyはほぼ等しい。



例:　整数の集合X={1,2,3}，Y={1,2,3,4} に対して

関係

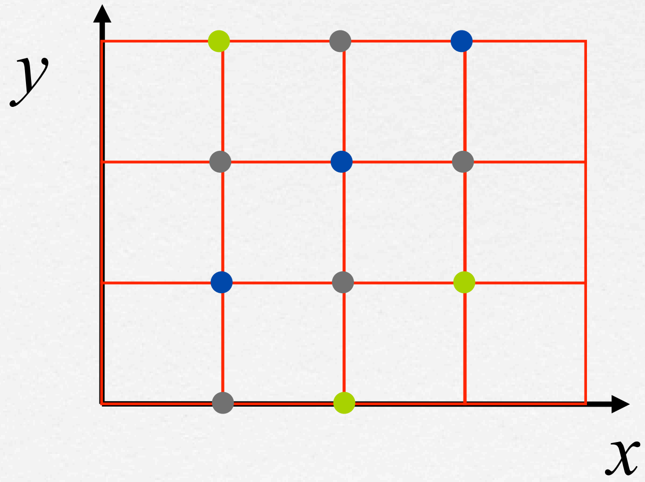
xとyは等しい : $x=y$
を満たす部分集合は、
$\boldsymbol{R}_{=}=\{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
となる。



ファジィ関係

xとyはほぼ等しい
という関係を、以下のように表す
ことができる。

$$\mathbf{R}_{close}=\begin{bmatrix}\mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} & \mu_{14}\\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} & \mu_{24}\\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} & \mu_{34}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0.6 & 0.3 & 0\\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.3\\ 0.3 & 0.6 & 1 & 0.6\end{bmatrix}$$



ファジィ関係の合成

2つのファジィ関係$\boldsymbol{Q}$と$\boldsymbol{R}$の合成を　$\boldsymbol{Q}\circ\boldsymbol{R}$と書く。
（見やすさのため、一般的な数学的記法とは逆になっている。）

$\boldsymbol{Q}\circ\boldsymbol{R}$は以下のように定義する。

$$\mu_{Q\circ R} = \bigcup_{x\in X}\{\mu_Q(w,x)\cap\mu_R(x,y)\}$$

参考
行列演算における×→∩
行列演算における＋→∪

例題：集合W={1,2}, X={1,2,3}, Y={1,2,3,4}を考える。
$\boldsymbol{Q}$ (W×X): ほぼ等しい $\boldsymbol{R}$(X×Y): 幾分大きい

$$Q = \begin{array}{c c} \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.4 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} w=1 \\ w=2 \end{array} \\ \begin{array}{ccc} x=1 & x=2 & x=3 \end{array} & \end{array}$$

$$R = \begin{array}{c c} \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} y=1 & y=2 & y=3 & y=4 \end{array} & \end{array}$$

$$Q\circ R = \begin{array}{c c} \begin{array}{cccc} y=1 & & & \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} w=1 \\ w=2 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} & y=2 & y=3 & y=4 \end{array} & \end{array}$$

ファジィ関係の合成

例題：集合W={1,2}, X={1,2,3}, Y={1,2,3,4}を考える。

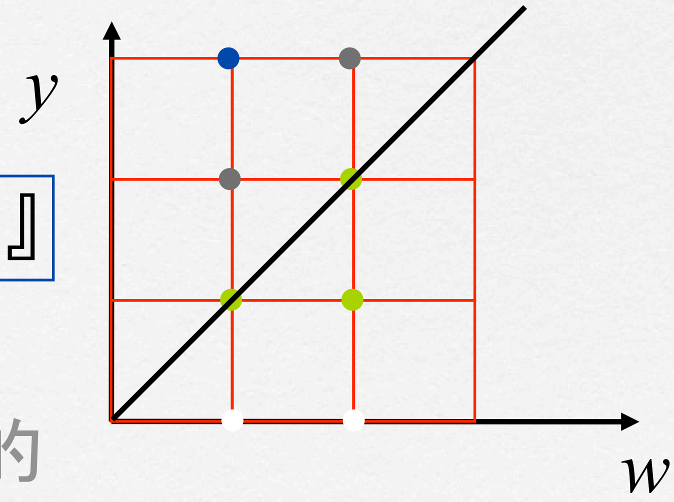
Q (W×X): <u>ほぼ等しい</u> ***R***(X×Y): <u>幾分大きい</u>

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$Q \circ R = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

『*y*は*w*より幾分大きい』



ラベル付けは恣意的

ファジィ推論

ファジィ論理の基本的性質

1. ファジィ命題を対象とする。（ファジィ命題）
   - 「温度が高い」、「x1は小さい」
2. 言語によって表現されたファジィ真理値を持つ。（言語的真理値）
3. 真理値表があいまいさを持つ。（多値性）
   - 真(1)ー偽(0)の中間の値を取ることができる。
4. 近似的な推論ができる。（近似的推論）

S1: x1 is small (x1は小さい)
S2: x1 and x2 are approximately equal(x1とx2はほぼ等しい)
——————————————————————————
S3: x2 is more or less small(x2は大体小さい)

Q：通常の論理体系ではどのように推論されるか？

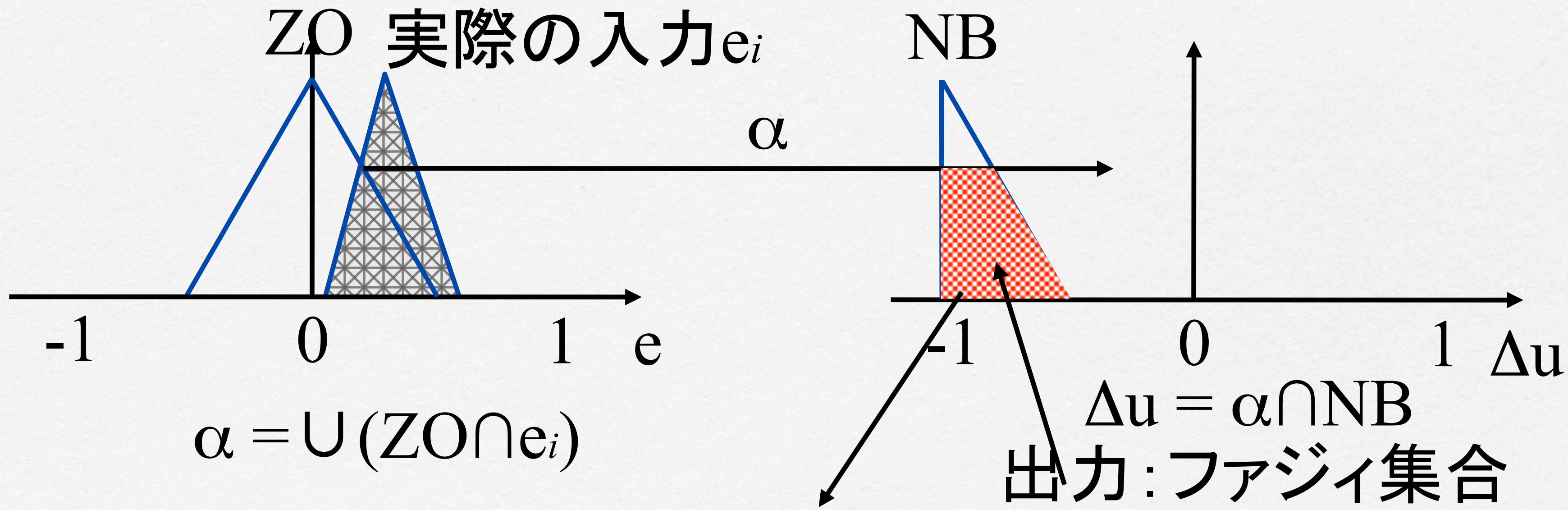
推論できない（しない）

ファジィ推論(計算方法)

SISO: 単一入力、単一出力の場合

(Single Input, Single Output)

R_i : If e is ZO then Δu is NB

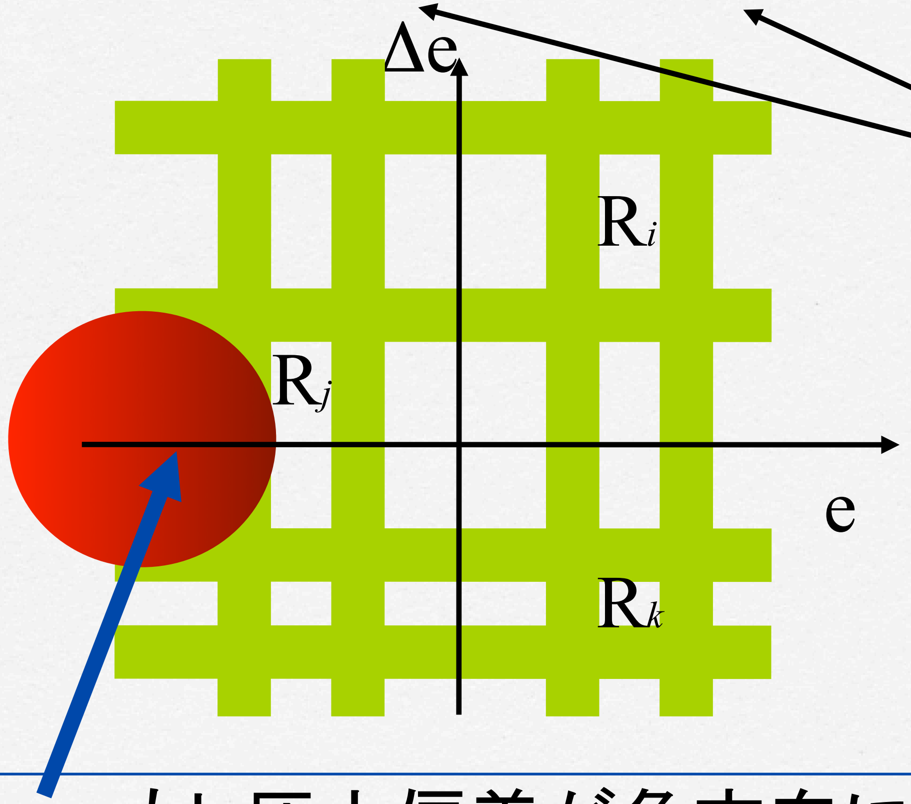


出力として数値が必要な場合には、
重心を求めるなどして、非ファジィ化する。

ファジィ制御・ファジィ推論

ファジィ制御は、一般に複数個の制御則(If〜then ルール)によって並列的に表現される。

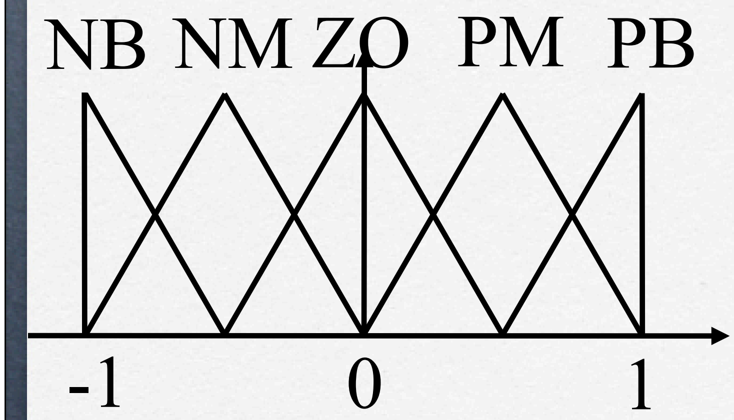
R_i : If e is A_{1i} and Δe is A_{2i} then Δu is B_i



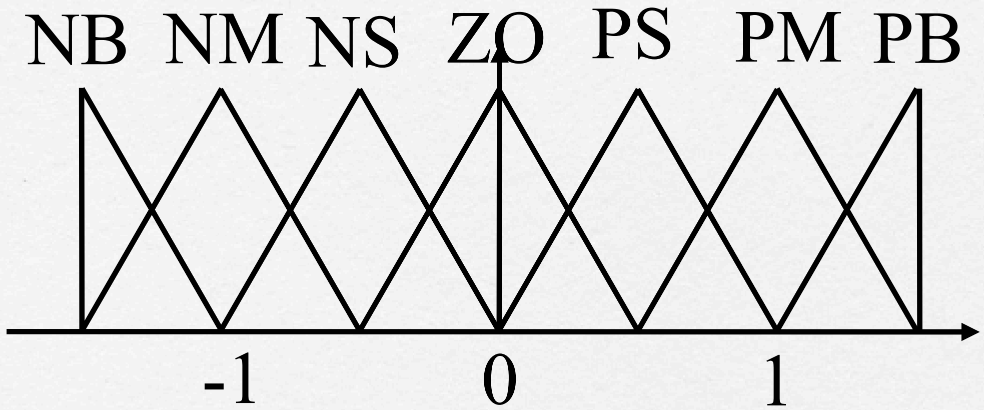
もし圧力偏差が負方向に高く、かつ、圧力偏差の変化分がほぼ0ならば、温度の変化分を負方向に大きくせよ

ファジィ集合を表すメンバーシップ関数

R_i : If e is A_{1i} and Δe is A_{2i} then Δu is Bi



5つの三角型メンバーシップ関数



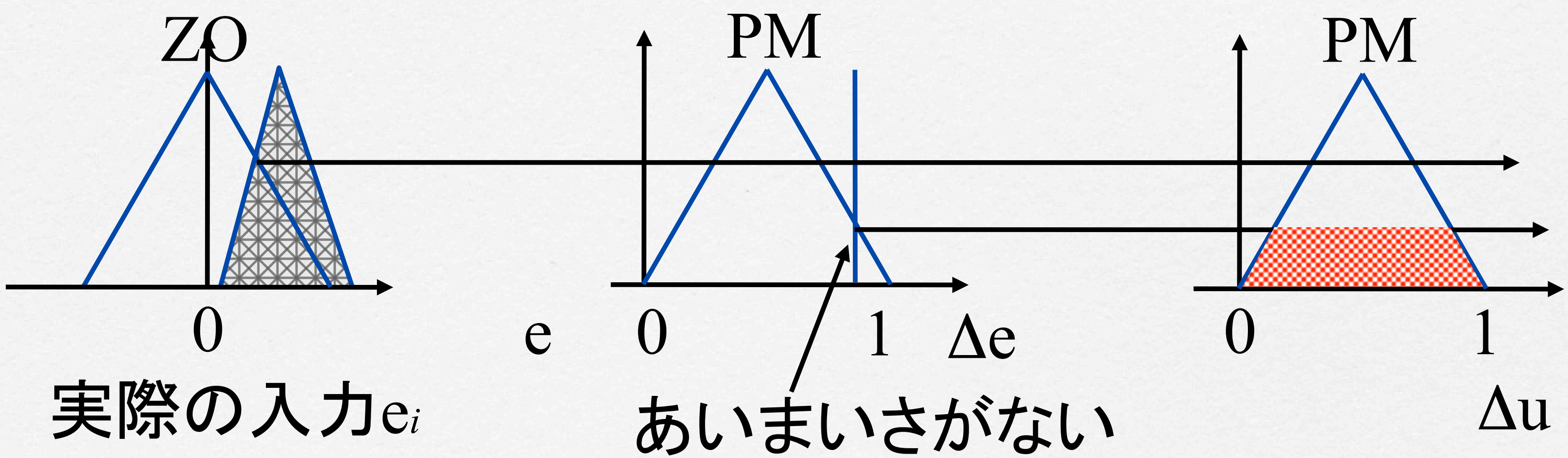
7つの三角型メンバーシップ関数

N: Negative, P: Positive
S: Small, M: Medium, B: Big
ZO: Zero

ファジィ推論

MISO: 複数入力、単一出力の場合(Multiple Input, Single Output)

R_i : If e is ZO and Δe is PM then Δu is PM



あいまいさがない

＝singletonファジィ集合

＝クリスプな数値

$\alpha 1 = \cup(ZO \cap e_i)$　　$\alpha 2 = \cup(PM \cap \Delta e_i)$　　$\Delta u = \alpha \cap PM$

$\alpha = \alpha 1 \cap \alpha 2$

複合命題の合成

「xはA」→「yはB」: (x,y)は関係R

or

「xは!A」→「yはわからない」=「yはY」

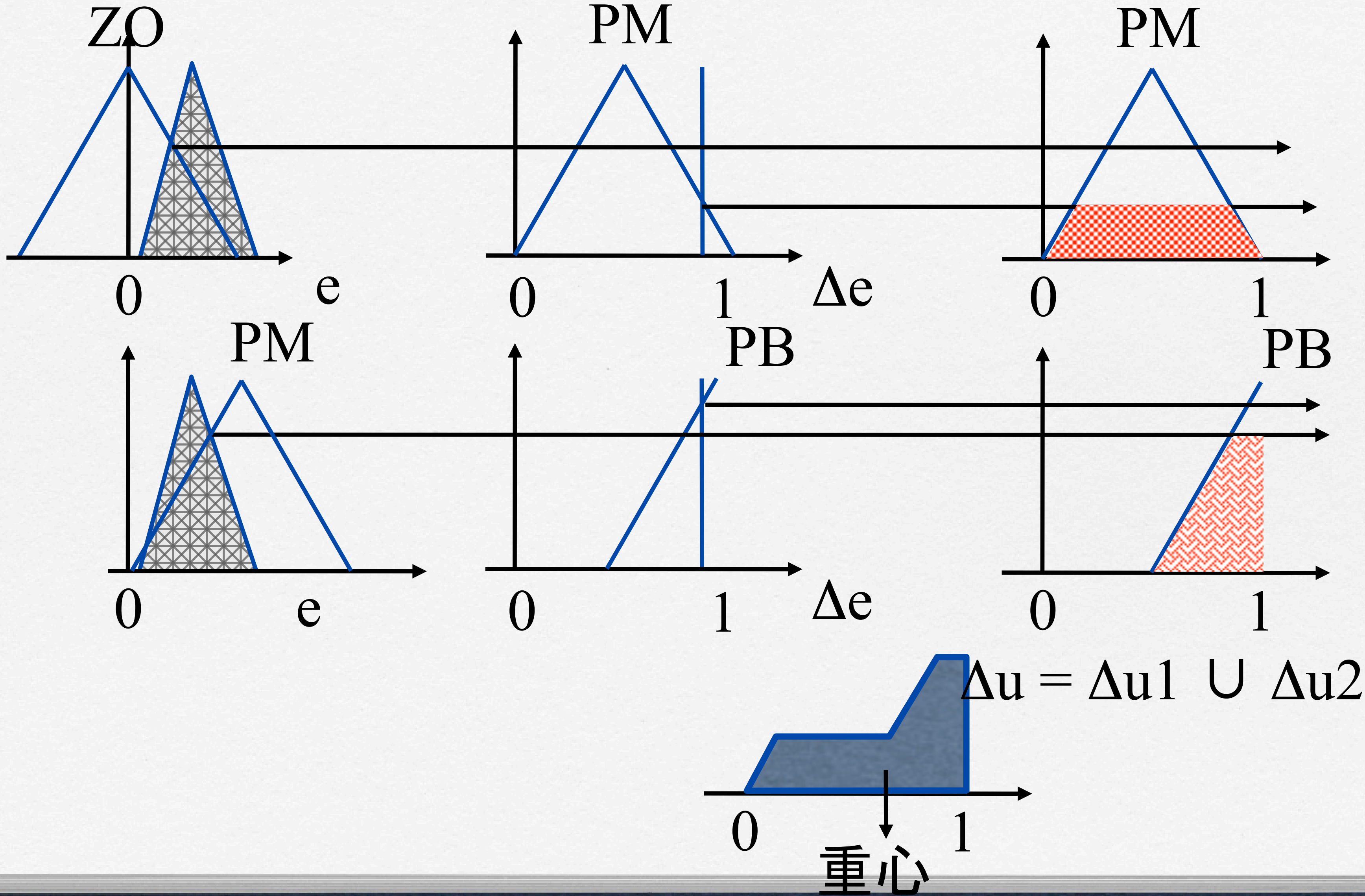
「xはA」→「yはB」　or「xは!A」→「yはY」

RとしてA×Bを考えると

(x,y)は (A→B)U(!A→Y)

ファジィ推論

複数ルールの合成



猛暑の翌年は花粉が多く飛ぶ